

Температурне поле однорідного циліндричного стержня в умовах стаціонарного режиму

Бабак Б., студ.

Сумський державний університет, м. Суми

Розглядається круговий циліндр радіус якого малий у порівнянні з довжиною. При цих умовах температура змінюється лише вздовж радіуса циліндру. Внутрішні джерела тепла рівномірно розподілені по об'єму тіла. Задана температура зовнішнього середовища $t_{жс} = const$ та сталий коефіцієнт тепловіддачі по всій поверхні.

При цих умовах температура у всіх точках зовнішньої поверхні буде однакою. Треба знайти температурне поле та тепловий потік. В даній постановці задача одновимірна і симетрична.

Постановка задачі.

Математична модель даної задачі може бути сформульована в наступному вигляді:

треба розв'язати диференціальне рівняння теплопровідності у стаціонарному режимі в циліндричних координатах

$$\frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt}{dr} + \frac{q_v}{\lambda} = 0 \quad (1)$$

при граничних умовах:

$$\text{при } r = 0 \left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=0} = 0, \text{ при } r = r_0 \left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=r_0} = -\frac{\alpha}{\lambda} (t_c - t_{жс}) \quad (2)$$

де q_v – щільність джерела тепла; λ – коефіцієнт теплопровідності; α – коефіцієнт температуропровідності.

Після інтегрування даного диференціального рівняння, а також, задовольняючи граничні умови, та після деяких математичних перетворень отримуємо залежність для температурної кривої

$$t = -\frac{1}{b} + \sqrt{\left(t_0 + \frac{1}{b} \right)^2 - \frac{q_v r^2}{2\lambda_0 b}} \quad (3)$$

Керівник: Клименко В.А., ст. викл.